

Το μάθημα ήταν εργαστηριακό και ασχοληθήκαμε με το πρόγραμμα LINDO

Σύγγραμμα: Βασιλείου - Τσαντας - Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα
σελίδες 624-646 LINDO.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 ΦΥΜΑΛΙΟΥ 1:

$$\max 8x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 14x_4$$

$$w_1 \quad 0.06x_1 + 0.03x_2 + 0.02x_3 + 0.01x_4 \geq 3.5 \quad (\text{περ. σε νικέλιο})$$

$$w_2 \quad 0.03x_1 + 0.02x_2 + 0.05x_3 + 0.06x_4 \leq 3 \quad (\text{άνθρακα})$$

$$w_3 \quad 0.08x_1 + 0.03x_2 + 0.02x_3 + 0.01x_4 = 4 \quad (\text{μασσίτιο})$$

$$w_4 \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 100 \quad (\text{μέγεθος παραγγελίας})$$

↑
δύο

Δυϊκό

$$\min 35w_1 + 3w_2 + 4w_3 + 100w_4$$

$$0.06w_1 + 0.03w_2 + 0.08w_3 + w_4 > 8$$

$$0.03w_1 + 0.02w_2 + 0.03w_3 + w_4 \geq 10$$

$$0.02w_1 + 0.05w_2 + 0.02w_3 + w_4 \geq 12$$

$$0.01w_1 + 0.06w_2 + 0.01w_3 + w_4 \geq 14$$

$$w_1 \leq 0, w_2 \geq 0, w_3, w_4 \in \mathbb{R}$$

1

Ένα μικρό εργοστάσιο κατασκευάζει ξύλινες μινιατούρες οχημάτων τις οποίες πουλά σε καταστήματα δώρων. Το εργοστάσιο ενδιαφέρεται να παράγει τρία νέα προϊόντα: τραίνα (προϊόν 1), λεωφορεία (προϊόν 2), αεροπλάνα (προϊόν 3). Για την κατασκευή των προϊόντων αυτών χρησιμοποιείται ως πρώτη ύλη το ξύλο. Οι βασικές διεργασίες που απαιτούνται για την παραγωγή των προϊόντων είναι: η επεξεργασία του ξύλου (διεργασία 1), η βαφή (διεργασία 2), και τέλος ο έλεγχος, το φινιρίσμα και η συσκευασία που θεωρείται ότι αποτελούν μια διεργασία (διεργασία 3). Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι απαιτήσεις κάθε προϊόντος σε παραγωγικούς συντελεστές, και η τιμή πώλησης. Επίσης δίνονται οι διαθέσιμες ποσότητες των πόρων που έχει εξασφαλίσει το εργοστάσιο. Η επιχείρηση αναζητεί το βέλτιστο πλάνο παραγωγής που μεγιστοποιεί τα έσοδα από την πώληση των προϊόντων.

	Προϊόν 1	Προϊόν 2	Προϊόν 3	Διαθέσιμη Ποσότητα Πόρου
Ξύλο (cm^3)	3	2	2	400
Επεξεργασία ξύλου (min) (Διεργασία 1)	10	8	7	1200
Βαφή (min) (Διεργασία 2)	5	2	3	500
Τελική διεργασία (min) (Διεργασία 3)	2	3	2	400
Τιμή Πώλησης (χ.μ)	14	6	8	

Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα LINDO, και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο output που ακολουθεί.

Η επιχείρηση αναζητεί απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Ποιο είναι το βέλτιστο πλάνο παραγωγής (προϊόντα / ποσότητες), και τα αντίστοιχα έσοδα που θα προκύψουν;

Η επιχείρηση θα παράγει 80 μονάδες του προϊόντος 1, 50 μονάδες του προϊόντος 2 και 0 μονάδες του προϊόντος 3 (output VARIABLE - VALUE) τα έσοδα που θα προκύψουν θα είναι 1420 μονάδες (output OBJECTIVE FUNCTION VALUE)

2. Πόση ποσότητα κάθε πόρου χρησιμοποιείται στο βέλτιστο πλάνο παραγωγής;

Χρησιμοποιούνται 340 cm^3 ξύλου όλος ο διαθέσιμος χρόνος για διεργασία (1) και βαφή και χρησιμοποιούνται 310 min του χρόνου για τελική διεργασία (3) (output SLACK OR SURPLUS περισεύουν 60 cm^3 ξύλου και 90 min του χρόνου για τελική διεργασία)

3. Σε τι ποσό (σε χ.μ) πρέπει η επιχείρηση να εκποιήσει τους πόρους της προκειμένου να αποφύγει την παραγωγή των προϊόντων, εισπράττοντας τα ίδια χρήματα με εκείνα που θα εισέπραττε από την παραγωγή τους;

Αν η επιχείρηση εκποιήσει το διαθέσιμο χρόνο για διεργασία (1) με 0.1 χ.μ το min (output DUAL PRICES) και για βαφή με 2.6 χ.μ το min (output DUAL PRICES) θα εισέπραττε τα ίδια χρήματα με εκείνα που θα εισέπραττε από την παραγωγή των προϊόντων: $1200 \times 0.1 + 500 \times 2.6 = 1420$

4. Σε τι ποσό (σε χ.μ.) ανέρχεται η συμβολή καθενός από τους πόρους στα συνολικά έσοδα της επιχείρησης;

Η συμβολή του διαθέσιμου χρόνου για διεργασία (1) ανέρχεται σε $1200 \times 0.1 = 120$ χ.μ και του διαθέσιμου χρόνου για βαφή σε $500 \times 2.6 = 1300$ χ.μ (output DUAL PRICES)

5. Μέχρι ποιου ποσού μπορεί να αυξηθεί ή να ελαττωθεί η τιμή πώληση μιας μονάδας τραίνου (προϊόν 1), χωρίς να επηρεαστεί το βέλτιστο πλάνο παραγωγής; Ποια είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε κάθε περίπτωση αντίστοιχα;

Μπορεί να αυξηθεί κατά 1 χ.μ και να ελαττωθεί κατά 0.9999 χ.μ (output OBJ COEFFICIENT RANGES) όταν αυξηθεί κατά 1 χ.μ τότε η αντικειμενική συνάρτηση αυξάνεται κατά 1×80 χ.μ (αντικειμενική συνάρτηση $(14+1)x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 14x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 1x_1 = 1420 + 1 \times 80$) όταν ελαττωθεί κατά 0.9999 χ.μ τότε η αντικειμενική συνάρτηση μειωθεί κατά 0.9999×80 χ.μ

6. Να υπολογίσετε πόσο θα αυξηθούν τα συνολικά έσοδα εάν αυξηθεί η τιμή πώληση μιας

μονάδας λεωφορείου (προϊόν 2) από 6 χ.μ. σε 12 χ.μ;

Αν αυξηθεί η τιμή πώλησης μιας μονάδας λεωφορείου (προϊόν 2) από 6 χμ σε 12 χμ τότε η λύση του προβλήματος θα αλλάξει (η επιτρεπόμενη αύξηση είναι 6 χ.μ και η επιτρεπόμενη μείωση 0.4 χ.μ, output OBJ COEFFICIENT RANGES). Άρα λύνουμε το πρόβλημα ξανά

7. Ποιο είναι το μέγιστο ποσό που θα ήταν πρόθυμο να πληρώσει το εργαστήριο για την αγορά μια επιπλέον μονάδας ξύλου, και μιας επιπλέον μονάδας από τη διεργασία 1 (επεξεργασία ξύλου) προκειμένου να αυξήσει το συνολικό έσοδα του;

Το μέγιστο ποσό που θα ήταν πρόθυμο να πληρώσει το εργαστήριο για την αγορά μια επιπλέον μονάδας ξύλου είναι 0 χ.μ και μιας επιπλέον μονάδας από τη διεργασία 1 είναι 0.1 χ.μ (output DUAL PRICES)

8. Σε τι ποσό πρέπει να ανέρχεται η τιμή πώλησης του προϊόντος 3 ώστε η επιχείρηση να πάρει την απόφαση να το παράγει;

Για να πάρει η επιχείρηση την απόφαση να παράγει το προϊόν 3 η τιμή πώλησης του πρέπει να ανέρχεται σε $8.5 = 8 + 0.5$ χ.μ (output REDUCED COST)

```

MAX      14 X1 + 6 X2 + 8 X3
SUBJECT TO
      2)   3 X1 + 2 X2 + 2 X3 <= 400
      3)  10 X1 + 8 X2 + 7 X3 <= 1200
      4)   5 X1 + 2 X2 + 3 X3 <= 500
      5)   2 X1 + 3 X2 + 2 X3 <= 400
END
  
```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1420.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	80.000000	0.000000
X2	50.000000	0.000000
X3	0.000000	0.500000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	60.000000	0.000000
3)	0.000000	0.100000
4)	0.000000	2.600000
5)	90.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	14.000000	1.000000	0.999999
X2	6.000000	5.200000	0.400000
X3	8.000000	0.500000	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	400.000000	INFINITY	60.000000
3	1200.000000	163.636353	200.000000
4	500.000000	100.000000	128.571426
5	400.000000	INFINITY	90.000000

2) Μια εταιρεία κατασκευάζει τρεις διαφορετικούς τύπους ξύλινων χωρισμάτων για εξοχικές κατοικίες (έστω x_1, x_2, x_3) από οξιά και πεύκο. Για το κάθε χώρισμα η εταιρεία, αρχικά κόβει την αναγκαία ποσότητα από το κάθε είδος ξύλου και στη συνέχεια προχωρά στη συναρμολόγησή του. Για την εύρεση της γραμμής παραγωγής η οποία μεγιστοποιεί τα έσοδα, διατυπώθηκε το π.γ.π.

$$\begin{aligned} \max & 4x_1 + 10x_2 + 8x_3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 & \leq 200 \text{ (διαθέσιμη ποσότητα οξιάς, m}^3\text{)} \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 & \leq 160 \text{ (διαθέσιμη ποσότητα πεύκου, m}^3\text{)} \\ x_1 + x_2 + 2x_3 & \leq 50 \text{ (διαθέσιμος χρόνος για την κοπή, ώρες)} \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 & \leq 80 \text{ (διαθέσιμος χρόνος για τη συναρμολόγηση, ώρες)} \\ x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{aligned}$$

1. Ποια είναι η άριστη λύση του προβλήματος; Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί; 3, 4
2. Τι αξία έχει για την εταιρεία ένα επιπλέον m^3 πεύκου; Δείξτε με τη καινούριες τιμές
3. Τι αξία έχει για την εταιρεία μία επιπλέον hr κοπής;
4. Αν η εταιρεία έπρεπε να κατοχυρώσει ή περισσότερες ώρες κοπής, ή περισσότερες ώρες συναρμολόγησης, τι έπρεπε να επιλέξει; ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΣΗΜΑΣΙΑ ΣΤΟ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΔΥΝΑΤΗΤΗΤΑ
5. Θα αλλάξει η άριστη λύση αν η διαθέσιμη ποσότητα πεύκου, ελαττωθεί από τα 160 στα 100 m^3 ; ΟΧΙ, η βάση
6. Σε ποιο ποσό (χρηματικές μονάδες) θα έπρεπε να φτάνουν τα έσοδα από το 1^ο προϊόν ώστε η εταιρεία να πάρει απόφαση να το κατασκευάσει; +6
7. Η εταιρεία σκέφτεται να ανεβάσει την τιμή πώλησης για το 3^ο προϊόν από τις 8 στις 13 χ.μ. Το γεγονός αυτό θα επηρεάσει την άριστη λύση; ΝΑΙ ΜΠΟΡΕΙ

3) Μια εταιρεία εξόρυξης μεταλλευμάτων, έλαβε μια παραγγελία για 100 τόνους σιδηρομεταλλεύματος. Η παραγγελία πρέπει να περιλαμβάνει τουλάχιστον 3.5 τόνους νικέλιο, το πολύ 3 τόνους άνθρακα κι ακριβώς 4 τόνους μαγγάνιο. Για να εκπληρώσει την παραγγελία, η εταιρεία μπορεί να συνδυάσει μεταλλεύματα από τέσσερα διαφορετικά ορυχεία, των οποίων η χημική σύνθεση δίνεται στον πίνακα:

	Σιδηρομετάλλευμα από το			
	1ο Ορυχείο	2ο Ορυχείο	3ο Ορυχείο	4ο Ορυχείο
Νικέλιο	6%	3%	2%	1%
Άνθρακας	3%	2%	5%	6%
Μαγγάνιο	8%	3%	2%	1%
Κόστος (χ.μ./τόνο)	12	10	8	6

Δεδομένου ότι η εταιρεία εισπράττει 20 χ.μ./τόνο μεταλλεύματος που πωλεί, υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εκπλήρωση της παραγγελίας σε τρόπο ώστε να μεγιστοποιείται το συνολικό της κέρδος (= έσοδα - κόστος). Το πρόβλημα διατυπώθηκε στην τυπική του μορφή και στη συνέχεια λύθηκε με τη μέθοδο Simplex. Ακολουθεί το τελικό tableau που βρέθηκε (x_5, x_6 περιθώριες και x_7, x_8, x_9 τεχνητές μεταβλητές):

		8 10 12 14 0 0						-M	-M	-M	
B	c_B	β	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
P_6	0	0.25							u_1	u_2	u_3
P_4	14	12.5									
P_1	8	25									
P_2	10	62.5									
Z	1000		0	0	0	0	400	0	-400	200	16
									+M	+M	+M

στη παραρ
 χι τόννοι σιδηρομετ.
 που προέρχονται από
 το 1 ορυχείο.

και η ανάλυση ευαισθησίας των δεξιών μελών b_i :

ROW	RIGHTHAND SIDE RANGES		
	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	3.500000	0.100000	0.045455
3	3.000000	INFINITY	0.250000
4	4.000000	0.071429	0.166667
5	100.000000	3.125000	8.333333

Να διατυπωθεί το αντίστοιχο δυϊκό πρόβλημα, να βρεθεί η άριστη λύση του και να ερμηνευτούν οι μεταβλητές του.

4

Μια οικογένεια διαθέτει 410 εκτάρια καλλιεργήσιμης γης στην οποία καλλιεργεί καπνό και ρύζι. Η οικογένεια διαθέτει έναν προϋπολογισμό ύψους 52500 χ.μ. για την τρέχουσα χρονιά. Κάθε εκτάριο που καλλιεργείται με καπνό κοστίζει (:σπορά, καλλιέργεια, συγκομιδή, κλπ) κατά μέσο όρο 105 χρηματικές μονάδες, ενώ κάθε εκτάριο ρυζιού κοστίζει αντίστοιχα 210 χ.μ. Υποθέστε ότι ο τοπικός Αγροτικός Συνεταιρισμός περιορίζει το πλήθος των εκταρίων που μπορούν να καλλιεργηθούν με ρύζι στα 100 το πολύ, κι ότι το κάθε εκτάριο καπνού αποδίδει έσοδα κατά μέσο όρο 300 χ.μ., ενώ το κάθε εκτάριο ρυζιού 520 χ.μ.

1. Να διαμορφώσετε το π.γ.π. για τον προσδιορισμό του σχεδίου καλλιέργειας που μεγιστοποιεί τα έσοδα. Στη συνέχεια να το επιλύσετε γραφικά και με τη μέθοδο Simplex.
2. Πόση έκταση θα πρέπει να καλλιεργηθεί από κάθε προϊόν και πόσο θα είναι τα συνολικά έσοδα; Θα μείνει έκταση ακαλλιεργητη και πόση; Θα καλλιεργηθούν όλα τα επιτρεπόμενα εκτάρια ρυζιού;
3. Ένας γείτονας της οικογένειας προσπαθεί να πείσει την οικογένεια να νοικιάσουν τη δική του γη προς 100 χ.μ. το εκτάριο. Πιστεύετε ότι πρέπει να δεχθούν; **ΟΧΙ**
4. Υποθέστε ότι η οικογένεια του παραδείγματός μας σκέφτεται να πάρει ένα μικρό δάνειο ώστε να αυξήσουν τον διαθέσιμο προϋπολογισμό τους για τις καλλιέργειες που περιγράψαμε παραπάνω. Ο τόκος που πρόκειται να πληρώσουν είναι της τάξης του 25%. Πιστεύετε ότι θα πρέπει να προχωρήσουν;
5. Αν η οικογένεια αποφασίσει να μειώσει την καλλιεργήσιμη γη κατά 50 εκτάρια πως επηρεάζεται το προταθέν σαν βέλτιστο σχέδιο καλλιέργειας για τον καπνό;

5

Μια επιχείρηση παράγει τέσσερα προϊόντα. Οι πόροι που απαιτούνται για την παραγωγή μιας μονάδας κάθε προϊόντος, καθώς και τιμή πώλησης κάθε προϊόντος δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί. Την παρούσα χρονική περίοδο, υπάρχουν διαθέσιμες 4600 μονάδες πρώτης ύλης και 5000 εργατοώρες. Επιπλέον, πρέπει να καλύψει ζήτηση 400 μονάδων για το προϊόν 4. Η επιχείρηση αναζητεί το βέλτιστο πλάνο παραγωγής που μεγιστοποιεί τα έσοδά της.

	Προϊόν 1	Προϊόν 2	Προϊόν 3	Προϊόν 4	Διαθέσιμοι Πόροι
Πρώτη ύλη	2	3	4	7	4600
Εργατοώρες	3	4	5	6	5000
Τιμή Πώλησης (χ. μ.)	4	6	7	8	

1. Να καταγράψετε το βέλτιστο πλάνο παραγωγής που μεγιστοποιεί τα εβδομαδιαία έσοδα της επιχείρησης (ποια προϊόντα πρέπει να παράγει, σε ποιες ποσότητες), και τα έσοδα που θα προκύψουν.
2. Ποιοι πόροι θα εξαντληθούν εάν η επιχείρηση εφαρμόσει το βέλτιστο πλάνο παραγωγής;
3. Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή πώλησης του τέταρτου προϊόντος που δεν επηρεάζει το βέλτιστο πλάνο παραγωγής. Επίσης να υπολογίσετε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης όταν η τιμή πώλησης του τέταρτου προϊόντος ισούται με τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή.
4. Ποιο είναι το μέγιστο ποσό που θα ήταν πρόθυμη να πληρώσει η εταιρεία για την αγορά μια επιπλέον μονάδας πρώτης ύλης;
5. Ποιο είναι το μέγιστο ποσό που θα ήταν πρόθυμη να πληρώσει η εταιρεία για την αγορά μιας επιπλέον εργατοώρας;
6. Αν η επιχείρηση διαθέτει 400 ακόμη μονάδες πρώτης ύλης πώς και πόσο θα μεταβαλλόταν τα έσοδά της;
7. Αν η ελάχιστη ζήτηση για το προϊόν 4 ήταν 500 μονάδες πώς θα μεταβαλλόταν τα έσοδά της επιχείρησης;

1. Να επιλύσετε το π.γ.π.

$$\max z = -x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - x_5 + x_6$$

$$x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$$

$$3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_6 = 2$$

$$x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

2. Να επιλύσετε το παρακάτω π.γ.π.

$$\max z = 60x_1 + 35x_2 + 20x_3$$

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8$$

$$x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Υπάρχουν εναλλακτικές βέλτιστες λύσεις για το παραπάνω π.γ.π.; Εάν ναι να υπολογίσετε μια επιπλέον βέλτιστη λύση με εφαρμογή της μεθόδου Simplex, και να γράψετε τη μορφή κάθε βέλτιστης λύσης.

3. Να επιχειρήσετε την επίλυση του παρακάτω π.γ.π.

$$\max z = 10x_1 + 4x_2 - 3x_3$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 65$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 14$$

$$5x_2 + 2x_3 \geq 50$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Τι παρατηρείτε; Είναι δυνατή η επίλυση του παραπάνω π.γ.π.; (Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας)

1. Στη συνέχεια να επιλύσετε το παραπάνω π.γ.π. εάν η τιμή του δεξιού σκέλους του 2^{ου} περιορισμού ισούται με 40.
 2. Να καταγράψετε τον αντίστροφο πίνακα των διανυσμάτων της βάσης σε κάθε επανάληψη της μεθόδου.
 3. Να υπολογίσετε το διάστημα αριστότητας των αντικειμενικών συντελεστών του π.γ.π.
 4. Να υπολογίσετε το διάστημα εφικτότητας της διαθεσιμότητας του 1^{ου} πόρου.
 5. Να χρησιμοποιήσετε το πρόγραμμα LINDO για να επαληθεύσετε τα αποτελέσματα των προηγούμενων ερωτήσεων.
4. Μπορεί ένα διάνυσμα που βγήκε από τη βάση να μπει στη βάση στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου Simplex;
5. Μια εταιρεία κατασκευάζει τρία προϊόντα Α, Β, Γ. Μόνο τρία υλικά Ι, ΙΙ, ΙΙΙ είναι σε θέση να περιορίσουν την παραγωγή. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται συνοπτικά τα δεδομένα που καθορίζουν την ημερήσια παραγωγή της εταιρείας.

Προϊόν	Έσοδα	Υλικό Ι	Υλικό ΙΙ	Υλικό ΙΙΙ
A	140	2	1	1
B	300	8	1	0
Γ	400	2	4	1
Διαθέσιμες Ποσότητες		400	200	300

Λαμβάνοντας υπόψη ότι όλες οι ποσότητες του υλικού Α πρέπει να καταναλωθούν

1. Να βρεθεί η βέλτιστη ημερήσια γραμμή παράγωγής για την εν λόγω εταιρεία. Το πρόβλημα να επιλυθεί με τη μέθοδο των Δυο Φάσεων. Να διατυπωθεί με σαφήνεια ποιος είναι ο στόχος που επιδιώκεται να επιτευχθεί στη φάση Ι.
2. Επίσης το πρόβλημα να επιλυθεί με τη μέθοδο του μεγάλου Μ.

3. Κατασκευάστε το Δυϊκό του παραπάνω προβλήματος
4. Από τη λύση του πρωτεύοντος να βρεθεί η λύση του Δυϊκού (α) με αναφορά στο τελευταίο tableau της λύσης του πρωτεύοντος, (β) με χρήση του θεωρήματος συμπληρωματικής χαλαρότητας. Να δοθεί η αντιστοιχία μεταξύ των μεταβλητών πρωτεύοντος (αρχικές και περιθώριες) και δυϊκού (περιθώριες και αρχικές).
5. Να γίνει ανάλυση ευαισθησίας για τους συντελεστές c_i της αντικειμενικής συνάρτησης. Πρώτα για τον κάθε ένα συντελεστή c_i , να προσδιοριστεί το διάστημα μεταβολής του c_i μέσα στο οποίο η τρέχουσα λύση παραμένει αμετάβλητη και έπειτα να γίνει επαλήθευση των αποτελεσμάτων λύνοντας το πρόβλημα με το LINDO.
6. Να μεταβληθεί ένας από τους συντελεστές κόστους c_i της Α.Σ. του προβλήματος έτσι ώστε η τρέχουσα λύση να καταστρέφεται και να μην είναι λύση του νέου προβλήματος. Διατυπώστε με σαφήνεια τι αλλάζει στα διαδοχικά tableau, και βρείτε τη νέα λύση του προβλήματος, όταν η μεταβολή του c_i καταστρέφει την τρέχουσα λύση.
7. Να γίνει ανάλυση ευαισθησίας για τους διαθέσιμους πόρους b_i του προβλήματος σας για να προσδιορίσετε το διάστημα μεταβολής για το κάθε b_i μέσα στο οποίο η τρέχουσα βάση παραμένει βάση βέλτιστου (επαληθεύστε τα αποτελέσματα λύνοντας το πρόβλημα με το LINDO)
8. Να δοθεί σε κάποιο b_i μια τιμή έξω από το διάστημα που βρέθηκε στο 6 έτσι ώστε να αλλάξει η λύση. Να διατυπωθεί με σαφήνεια τι αλλάζει στα διαδοχικά tableau, και να βρεθεί η νέα λύση.

6. Μια εταιρεία παράγει δύο προϊόντα 1 και 2. Τα δεδομένα δίνονται στο πίνακα. Κάθε εβδομάδα μπορούν να αγοραστούν μέχρι 400 μονάδες πρώτης ύλης με μοναδιαίο κόστος 1.5 χρηματικές μονάδες (χ.μ). Η εταιρεία απασχολεί 4 υπαλλήλους οι οποίοι εργάζονται 40 ώρες την εβδομάδα (οι μισθοί τους θεωρούνται ως σταθερό κόστος). Οι υπάλληλοι μπορούν να απασχοληθούν υπερωριακά λαμβάνοντας 6 χ.μ ανά ώρα υπερωριακής απασχόλησης. Επίσης κάθε εβδομάδα ο χρόνος που μπορεί να δουλέψει η μηχανή είναι 320 ώρες. Αν τα προϊόντα δε διαφημιστούν τότε η ζήτηση για το προϊόν 1 είναι 50 μονάδες και για το προϊόν 2 είναι 60 μονάδες. Η διαφήμιση τους μπορεί να αυξήσει τη ζήτηση για κάθε προϊόν. Κάθε χ.μ που δαπανάται για τη διαφήμιση του προϊόντος 1 αυξάνει τη ζήτηση του κατά 10 μονάδες ενώ κάθε χ.μ που δαπανάται για τη διαφήμιση του προϊόντος 2 αυξάνει τη ζήτηση του κατά 15 μονάδες. Το πολύ όμως 100 χ.μ θα δαπανηθούν σε διαφήμιση.

	Προϊόν 1	Προϊόν 2
Χρόνος εργασίας (υπαλλήλων)	0.75 ώρες	0.50 ώρες
Χρόνος μηχανής	1.5 ώρες	0.80 ώρες
Απαιτούμενη πρώτη ύλη	2 μονάδες	1 μονάδες
Τιμή πώλησης	15 χ.μ	8 χ.μ

Η επιχείρηση αναζητεί απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Αν η υπερωριακή απασχόληση κόστιζε 4 χ.μ η εταιρεία θα έπρεπε να τη χρησιμοποιήσει;
2. Αν η τιμή πώλησης του προϊόντος 1 ήταν 15.5 χ.μ θα άλλαζε το βέλτιστο πλάνο παραγωγής; Ποια θα ήταν η νέα βέλτιστη λύση;
3. Αν η τιμή πώλησης του προϊόντος 2 ήταν 10 χ.μ θα άλλαζε το βέλτιστο πλάνο παραγωγής;
4. Πόση ποσότητα κάθε πόρου χρησιμοποιείται στο βέλτιστο πλάνο παραγωγής;
5. Ποιο είναι το μέγιστο ποσό που θα ήταν πρόθυμη να πληρώσει η εταιρεία για την αγορά μιας επιπλέον μονάδας πρώτης ύλης; ποιο είναι το αντίστοιχο ποσό που θα ήταν πρόθυμη να πληρώσει μιας επιπλέον ώρα μηχανής;
6. Τι επίδραση θα είχε στα έσοδα της εταιρείας η μείωση της διαθέσιμης πρώτης ύλης κατά 50 μονάδες;
7. Τι επίδραση θα είχε στα έσοδα της εταιρείας η αύξηση του διαθέσιμου ποσού για διαφήμιση σε 120 χ.μ;